

相量法历史上的三篇经典文献

张亮亮 雷银照

(北京航空航天大学自动化科学与电气工程学院 北京 100191)

摘要 研究了促成相量法提出的三篇文献,分别探讨了它们的主要内容、成文背景和历史地位。结果表明:1886 年 7 月,亥维赛在分析外加振荡电动势的效应及其在长途电话和电报信号传输中的应用时,首次提出“阻抗”术语,并将它定义为传输线上外加电动势振幅和电流振幅之比;1893 年 4 月,肯涅利将亥维赛定义的传输线的阻抗推广到一般交流电路和设备的阻抗,并使用复数表示阻抗;1893 年 8 月,施泰因梅茨为了分析通用电气公司为尼亚加拉瀑布水电站设计的三相系统中相间的不平衡现象,在肯涅利使用复数表示阻抗的基础上,用复数表示正弦电压和正弦电流,提出了相量法。

关键词: 相量法 阻抗 亥维赛 肯涅利 施泰因梅茨 历史

中图分类号: TM13

Three Classical Papers on the History of the Phasor Method

Zhang Liangliang Lei Yinzhao

(Beihang University Beijing 100191 China)

Abstract The three classical papers giving birth to the phasor method were studied, and their main content, written background and historical status were discussed respectively. The results are as follows. When analyzing the effect of oscillatory impressed force and its application to the signal transmission of long-distance telephony and telegraphy in July 1886, O. Heaviside coined the terminology “impedance” and gave its definition. The impedance was defined as the ratio of the amplitude of the impressed force to that of the current on transmission line. In April 1893 A. E. Kennelly extended the impedance of transmission line defined by Heaviside to that of the general alternating-current circuit and apparatus, and represented the impedance by complex number. Based on Kennelly’s work, C. P. Steinmetz expressed the sinusoidal voltage and the sinusoidal current by complex number and proposed phasor method in August 1893 in order to analyze the unbalanced phenomenon between the three phases of the three-phase system designed for Niagara Falls hydropower station by General Electric.

Keywords: Phasor method, impedance, O. Heaviside, A. E. Kennelly, C. P. Steinmetz, history

1 引言

相量法是计算线性电路的一种简便有效的数学方法。它的提出是电气发展史上的一件大事,推动了电路理论的快速发展,对 19 世纪 80 至 90 年代交流电的普及起到了决定性作用,促使交流设备迅速商品化。翻开今天电工学科的教科书可以看到,相

量法已成为电类学生的必学内容。

历史上,有三篇文献对该方法的建立起到了至关重要的作用。1886 年 7 月 23 日,英国电气工程师亥维赛发表了论文“线路一端外加振荡电动势的效应及其在长途电话和电报信号传输中的应用”^[1],针对传输线问题进行了探讨,首次提出“阻抗”一词,对分析和计算交流电路起到了开创性的作用。以此为基础,美国电气工程师肯涅利在 1893 年 4 月 18 日宣读的一篇论文“阻抗”^[2]中使用复数表示阻抗,详细研究了有关阻抗计算的一些问题。受这

国家自然科学基金资助项目(51077002)。

收稿日期 2011-03-16 改稿日期 2011-07-13

篇论文启发,美国电气工程师施泰因梅茨在 1893 年 8 月宣读的著名论文“复数及其在电气工程领域的应用”^[3]中使用复数表示正弦电压和正弦电流,提出了一种计算交流电路的重要方法——相量法。

研究这三篇文献的内容、地位及背景,有助于我们理清相量法的历史脉络,为相量法的教学提供历史背景资料,使电类学生更准确地理解相量法,从而更好地运用相量法。同时,本文的研究将为进一步研究相量法在中国电工学科中的传播、交流理论及交流系统发展史中的其他问题提供参考。

2 亥维赛首次提出“阻抗”一词的论文

2.1 亥维赛简介及其论文概况

亥维赛^[4,5](见图 1),1850 年 5 月 18 日出生于英国伦敦的卡姆登,1925 年 2 月 3 日逝世于英国德文郡的托基。他是一位自学成才的数学物理学家,一生最主要的成就是:整理简化了麦克斯韦方程组;发展了传输线理论,建立了电报方程并求出其解;独立于肯涅利预言电离层的存在;推导出坡印亭定理;提出了运算微积分法(类似于现在使用的拉普拉斯变换法);独立于美国科学家吉布斯(J. W. Gibbs, 1839—1903 年)提出了矢量分析法;首次提出电导(conductance; 1885 年 9 月)、磁导率(permeability; 1885 年 9 月)、电感(inductance; 1886 年 2 月)、阻抗(impedance; 1886 年 7 月)、电纳(permittance; 1887 年 6 月)、导纳(admittance; 1887 年 12 月)、磁阻(reluctance; 1888 年 5 月)等电磁学术语。



图 1 亥维赛(1850—1925 年)(图片取自文献[6])

Fig.1 O. Heaviside (1850—1925) (source of image: [6])

亥维赛的这篇论文(见文献[1])起初刊于英国《电学家》杂志,后收录到亥维赛所著的 1892 年出版的《电学论文集》,全文共 6 页。

在交流电路中研究者曾使用“交流电阻”(alternating-current resistance)或“表观电阻”(apparent resistance)等名称^[7]来对应直流电路的“电阻”,这两种名称的英文均是两个单词,而该文提出了一个更简捷的名称“阻抗”(impedance),只对应一个英文单词。1889 年在巴黎召开的国际电气会议采纳了“阻抗”术语^[8],此后电工界开始广泛使用。

同时,文中首次定义了交流传输线的阻抗,这样人们就可以用它来综合考虑线路中电阻、电感和电容这三个参数的效应,从而有助于建立交流电路的欧姆定律,对分析和计算交流电路起到重要的推动作用,为相量法的提出做了准备。

2.2 成文背景

亥维赛在青年时代就注重电信技术的理论探讨^[5]。从事电报员工作时,亥维赛曾接到一项测量电报信号传输速度的任务,他发现从英格兰发送到丹麦比从丹麦发送到英格兰的电报的速度快 40%,这个奇怪的现象引起了他的兴趣,之后便投入大量时间从理论上研究电报和电话信号的传输问题。1873 年,当他获得英国物理学家麦克斯韦(J. C. Maxwell, 1831—1879 年)的巨著《电磁通论》时,被麦克斯韦的电磁场理论吸引,遂想精通此书以推广该理论。经过长达十几年的研究,1885 年他将麦克斯韦的 20 个标量形式电磁场方程简化为 4 个不完全对称的矢量方程,随后应用它们来解决电报和电话信号的传输问题。其间,他研究了传输线一端外加振荡电动势的效应,撰写了文献[1]。

2.3 论文内容

文献[1]主要包括两部分。

第一部分:分析了线路上加与不加电动势时线路的表面电位 V 与电流 C (现用 I) 的变化,在此基础上,定义了不考虑静电感应时传输线的阻抗。这是该文的重要内容,其中首次提出“阻抗”并给出定义(见图 2):“当一条线路上的静电感应可忽略时,我们将其外加电动势和电流之比称为该线路的阻抗。”

文中还给出一些特定情形下的阻抗:直流传输线的阻抗等于电阻 RI 。对于交流传输线,频率非常低时阻抗等于电阻 RI ;频率较高时阻抗为 $(R^2 + L^2 n^2)^{\frac{1}{2}} l$,式中 R 和 L 分别表示线路的单位长电阻和电感, n (现用 ω) 为正弦波的角频率, l 为线路长度。

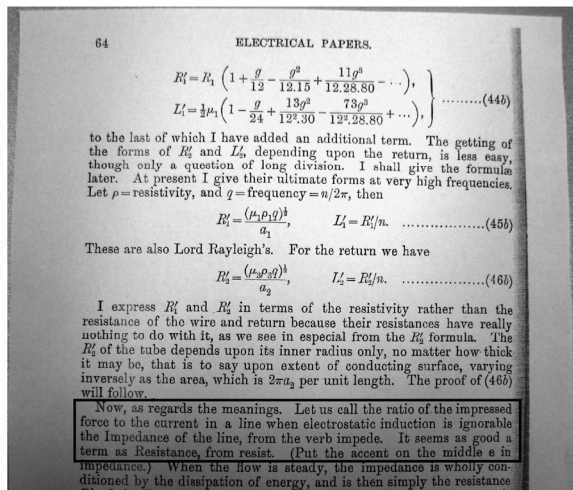


图 2 亥维赛在文献[1]中给出的阻抗定义

Fig.2 The definition of impedance in [1] by Heaviside

第二部分：在考虑静电感应的条件下，定义传输线的阻抗。由于考虑静电感应时电流振幅从外加电动势处到线的远端逐渐变小，所以线路阻抗也相应变化。此时若将阻抗的定义限制于外加电动势处，则必须再创造一个新词，因此亥维赛延伸了阻抗的定义，将 V_0/C_0 的含义扩展到线路上任一点，其中 V_0 (现用 V_m) 表示外加电动势的振幅， C_0 (现用 I_m) 表示线路上电流的振幅。

可见，亥维赛将阻抗定义为外加电动势振幅和电流振幅之比^[9]，在定义中他提到了阻抗模，但未提及阻抗角。

提出“阻抗”一词后，亥维赛又引入交流电路的“电阻算子”(resistance operator)，并用符号 Z 表示，该词的含义和符号表示等同现在使用的“阻抗”^[10,11]。

3 肯涅利研究阻抗问题的论文

“阻抗”一词提出后不久，电工界便开始广泛使用它，为了更好地理解和使用该词，当时正从事交流研究工作的肯涅利在亥维赛的研究基础上，进一步研究了有关阻抗计算的问题。

3.1 肯涅利简介及其论文概况

肯涅利^[12-14](见图3)，1861年12月17日出生于印度孟买附近的戈拉巴，1939年6月18日逝世于美国麻省波士顿。他是一位著名的电气工程师和物理学家，主要贡献有：用复数表示交流电路的阻抗；独立于亥维赛预言电离层的存在，电离层的E区曾称为“肯涅利-亥维赛层”；积极致力于国际电磁单位和标准的演变研究，曾担任美国公制学会会长和美国电机工程师学会标准委员会主席等职务。

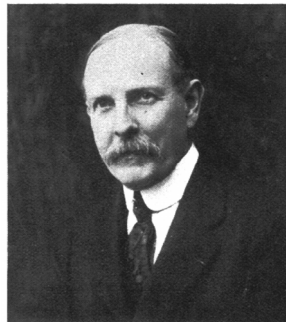


图 3 肯涅利(1861—1939年)(图片取自文献[15])

Fig.3 A. E. Kennelly (1861—1939) (source of image: [15])

肯涅利的论文(见文献[2])在1893年4月18日召开的美国电机工程师学会的第76次会议上宣读，随后刊登在该年出版的《美国电机工程师学会会刊》上，全文共42页。

肯涅利在文中指出，如果交流电采用正弦波，就可以引入“阻抗”概念，结合使用复数，交流电路就可以和直流电路一样利用欧姆定律计算。

该文将阻抗概念从传输线推广到一般交流电路，首次基于阻抗三角形^[16]使用复数分析交流电路，为使用复数方法计算交流电路奠定了基础，推动了交流电路理论的发展。

3.2 成文背景

在“交直流大战”期间，为了证明交流电比直流电危险，爱迪生(T. A. Edison, 1847—1931年)想了各种办法。1887年12月，他雇佣刚来美国的肯涅利在其西奥兰治实验室进行交流研究^[17]。1888年7月至12月，爱迪生派肯涅利指导布朗(H. P. Brown, 1869—1932年)对狗和其他动物进行交流电刑实验，执行电刑的电椅正是在此基础上研制出来的^[17,18]。由于肯涅利了解爱迪生为抵制交流电所采取的一些手段，所以他在文献[2]中强调说“目前为掩盖交流电的工作原理而制造的种种困难，在很大程度上都是虚构的、编造的”。从1887年到1893年，肯涅利发表了一些关于交流电的论文，并在爱迪生实验室设计了一个实验交流系统。对交流电的这些分析以及实际问题的需要促使他研究了交流电路的阻抗，撰写了文献[2]。

3.3 论文内容

论文[2]由正文、会上对论文的讨论、会后施泰因梅茨对论文的评论等部分组成^①。

① 《美国电机工程师学会会刊》早期刊登的论文一般都是先在美国电机工程师学会的会议上宣读，而后在会上讨论，所以在刊出时一些论文的正文后附有讨论，个别还附有会后对论文所做的书面评论。

正文主要包括两部分。

第一部分：阻抗及其计算。

“一个导体的阻抗就是其表现电阻，它的量纲为欧姆。严格来说，阻抗已被定义为导体端子间的有效电动势和导体的有效电流强度之比。”肯涅利将“阻抗”推广到表示交流电路和设备的端电压振幅与电流振幅之比。他进而指出直流电路和交流电路阻抗的特点，并给出交流电路的欧姆定律： $C = E/I$ ，式中 E （现用 U ）、 C （现用 I ）、 I （现用 Z ）分别表示电压、电流和阻抗。

通过使用阻抗三角形和平行四边形法则，肯涅利系统介绍了 RL 电路、 RC 电路、 RLC 电路的阻抗以及阻抗并联后的总阻抗的计算。由此他得出结论：阻抗为电阻和电感速度（inductance-speed）及电容速度倒数（capacity-speed-reciprocal）的合成。

第二部分：使用复数表示阻抗。

肯涅利总结说：“当阻抗或其倒数的和与差都以矢量形式处理时，并且如果所有交流电都严格用正弦波表示，所有电感都是非铁磁性的，那么由欧姆定律所得到的所有关于直流电的结论，也适用于正弦交流，从而就可以像在直流电路中那样来考虑交流电路中电压和电流的关系。”在此基础上，他指出其论文的核心思想——使用复数表示阻抗（见图 4）：“若将电感视为 $p\sqrt{-1}$ 形式的电阻，将电容视为 $-\frac{1}{kp}\sqrt{-1}$ 形式的电阻，则任何包含电阻、非铁磁性电感和电容的正弦交流电路都可以使用直流规则处理，相应的代数运算按照‘复数’的运算法则进行。”

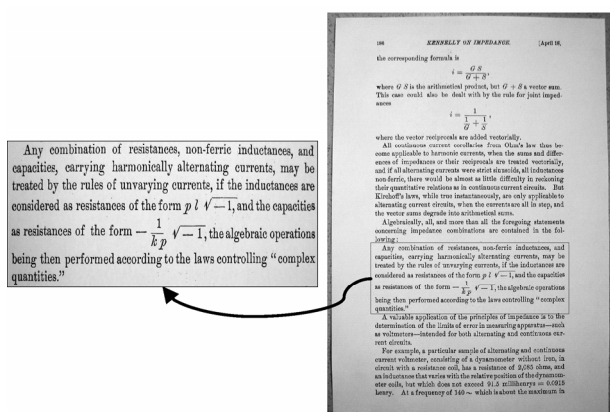


图 4 肯涅利论文的核心思想（取自文献[2]）

Fig.4 The main idea of Kennelly's paper (source: [2])

施泰因梅茨没有参加肯涅利宣读论文[2]的会议，会后他对该文有一个书面评论，强调了其核心思想并指出将复数引入交流理论分析的重要性：“若

用复数 $a + bj = r(\cos\varphi + j\sin\varphi)$ 表示阻抗，则任何包含电阻、非铁磁性电感和电容的正弦交流电路都可以使用直流规则处理，相应的代数运算按照复数的运算法则进行。”

据我所知，在这篇论文中，肯涅利率先在电气术语‘阻抗’和复数之间建立了一种对应关系。其重要性在于：研究者关于复平面的分析已比较透彻，因此，将电气问题转化为对复数的分析，就将它们带到一个已知的、理解得比较好的科学领域。”

4 施泰因梅茨提出相量法的论文

施泰因梅茨注意到分析交流电路的图形法和肯涅利提出的复阻抗几何表示法之间具有相似性，于是将这两种方法结合起来，4 个月后提出了一个完整的复数方法——相量法来求解交流电路。

4.1 施泰因梅茨简介及其论文概况

施泰因梅茨^[19-21]（见图 5），1865 年 4 月 9 日出生于德国布雷斯劳，1923 年 10 月 26 日病逝于美国纽约州斯克内克塔迪。他是一位杰出的数学家和电学家，对交流理论的发展作出了巨大贡献，主要体现在以下三大成就：提出磁滞定律、提出计算交流电路的相量法、理论探讨电瞬变现象。



图 5 美国 1983 年发行的纪念施泰因梅茨

（1865—1923 年）的邮票（图片取自文献[22,23]）

Fig.5 The stamp honoring the contributions of Charles Steinmetz (1865—1923) issued by U. S.

in 1983 (source of image: [22,23])

施泰因梅茨的论文（见文献[3]）在芝加哥国际电气会议上宣读，随后刊登在 1894 年由美国电机工程师学会出版的《1893 年芝加哥国际电气会议论文集》上，全文共 42 页。

论文在复阻抗的基础上，将正弦电压和正弦电流用复数的代数形式表示，首次建立了复数形式的欧姆定律和交流电路的基尔霍夫定律，并给出这两个定律在交流分析和计算中的应用。文中所提出的相量法改变了计算交流电路的方式，将微分（积分）

方程运算转化为代数运算,大大简化了交流电路的计算。应用该方法,电气工程师可以事先估计系统的运行情况,而无需耗资建造无把握的系统,从而降低了电力系统的建造成本。正是由于相量法的提出,电气工程学科最终从物理学中分离出来,成为一个单独的学科^[24]。

4.2 成文背景

文献[3]的成文背景主要包括前人的影响以及施泰因梅茨的求学和工作经历。

由于文献[3]未标注任何参考文献,所以我们很难确切判定施泰因梅茨受哪些论著的影响才提出相量法。例如,施泰因梅茨显然是从“阻抗”一文中得知了“复阻抗”,但他在文献[3]中未引用肯涅利的这篇论文,也未提及肯涅利在复阻抗方面的研究工作。施泰因梅茨以前主要从事数学研究,他看过的数学论著应该都用 i 表示 $\sqrt{-1}$,但在文献[3]中,他用 j 表示 $\sqrt{-1}$ 。据此我们推断,他可能看过美国康奈尔大学的物理学教授贝代尔(F. Bedell, 1868—1958年)和克雷尔(A. C. Crehore, 1868—1958年)于1892年发表的论文“在外加电动势下包含电阻、自感和电容的电路中电流的一般解的推导和讨论”^[25],该文为了避免与电工学科中表示电流的 i 混淆使用了 j 表示虚数单位 $\sqrt{-1}$ 。

施泰因梅茨于1883年进入德国布雷斯拉夫大学读本科,随后选择攻读“综合几何”这一方向的博士学位^[8],其博士论文题目为“由 n 阶平面的三维线性系统所确定空间的自我相互对应”^[26]。1888年,当他刚完成博士学位论文时,却得知自己因从事社会主义事业的政治活动将被捕,于是被迫逃往瑞士苏黎世,因此未获得博士学位。后来,他在苏黎世理工学院学习,并从事机械工程研究。1889年迁居美国,在纽约州扬克斯市艾克迈尔(R. Eickemeyer, 1831—1895年)的公司工作,1893年通用电气公司收购了该公司,并雇用了施泰因梅茨。19世纪90年代早期,通用电气公司和威斯汀豪斯电气公司共同竞标“尼亚加拉瀑布发电和配电”项目,当时通用电气公司提交了一个三相系统的设计方案,但项目委员会的首席顾问福布斯(G. Forbes, 1849—1936年)批评该系统太复杂,他指出:“该系统不能够在三相间保持平衡,且由于没有像威斯汀豪斯电气公司提交的两相系统设计方案那样在相之间进行分离,所以该三相系统难以对故障进行定位。”^[27]施泰因梅茨是通用电气公司交流方面的专家,因此公司领导安排他解决这一问题。施泰因梅

茨的数学和电学理论功底深厚,在读了“阻抗”一文后,从中察觉到一种计算交流电路的新方法,该方法就是相量法。他使用此方法对三相系统进行分析,撰写了文献[3],并将其在芝加哥国际电气会议上宣读,指出可以使用复数分析计算并避免三相间的不平衡条件^[27]。

4.3 论文内容

文献[3]共三部分。

第一部分:引言。

这部分一开始就分析了相量法的特点:

(1)相量法与以前计算交流现象的方法有本质的区别,它用一个复数表示交流电,因而从交流现象的计算中完全消除了“时间”这一独立变量。

(2)相量法将交流计算问题简化为初等代数问题。此前必须处理关于时间的周期函数,而现在只需对复数进行加、减等运算。

施泰因梅茨接着介绍了图形法,指出因图形法计算量比较大,故可用直角坐标 a 和 b 表示正弦波。而为了区别其水平和垂直分量,他说可在其中一种分量前加一个符号 j ,例如可用 $a+jb$ 表示正弦波,其中 a 、 b 分别为该波的水平 and 垂直分量。他强调这个 j 只是一个标记,没有任何数值含义。但在计算比正弦波 $a+jb$ 滞后 90° 的正弦波时,需要 j^2 的值,他又通过 $j^2=-1$ 定义 $j=\sqrt{-1}$,这样就可用复数 $a+jb$ 表示正弦波。

在此基础上,施泰因梅茨给出包含电阻、电感和电容的电路的阻抗表达式。若电阻为 r ,感抗为 $s=2\pi N L$,容抗为 $k=1/(2\pi N K)$,其中 N (现用 f)为交流电频率, L 为自感, K (现用 C)为电容,则电路的阻抗为 $I=r-j(s-k)$ (现在电路教材中阻抗为 $I=r+j(s-k)$,造成符号差异的原因是施泰因梅茨定义的矢量旋转方向与现在相反)。

在“引言”的最后,施泰因梅茨介绍了复数的四则运算并给出使用复数代数形式表示同频率正弦量时相位差的计算公式。

第二部分:复数形式的欧姆定律。

施泰因梅茨基于阻抗函数,使用复数分析交流电路,建立了复数形式的欧姆定律,并指出(见图6):“现在我们建立复数形式的欧姆定律 $E=IC$ 作为交流电的基本定律。我们可以简单应用欧姆定律(就像在直流电路中那样,但要注意 E, C, I 是复数)分析和计算任何包含电阻、电感或电容(这些元件以任意方式连接)的交流电路或电路网络。”

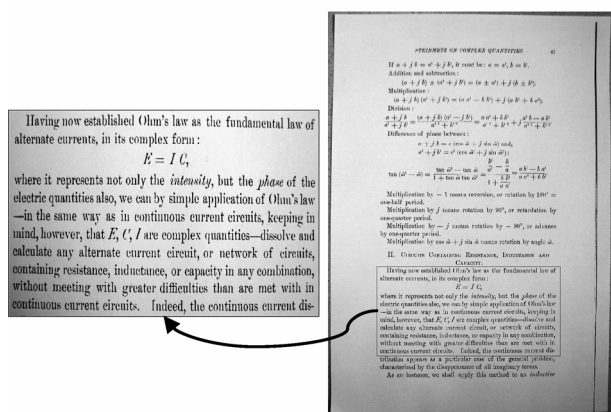


图 6 施泰因梅茨建立复数形式欧姆定律的内容（取自文献[3]）

Fig.6 Ohm's laws in complex form established by Steinmetz in [3]

第三部分：相量法在电力设备和电力系统中的应用。

这部分举例说明了相量法在 RLC 电路、变压器和多相传输线中的应用。在“多相传输线”部分，他首次给出交流电路的基尔霍夫定律：沿任一回路， $\sum E = 0$ ，即所有支路电压的代数和等于零；对任一结点， $\sum C = 0$ ，即所有流出结点的支路电流的代数和等于零。

5 相量法的提出给予人们的认识

(1) 科学发现不是某个人在某个特定时间的一个单独行为，往往是多人研究的结果。

(2) 工程技术中出现的问题可以促进理论的发展，理论反过来又可以促进工业技术的发展。

6 结论

(1) 亥维赛提出“阻抗”术语，并给出传输线阻抗的定义。

(2) 肯涅利基于阻抗三角形使用复数分析交流电路，在阻抗和复数之间建立了一种对应关系，并提出交流电路的欧姆定律。

(3) 施泰因梅茨将正弦电压和正弦电流用复数的代数形式表示，建立了复数形式的欧姆定律，给出了交流电路的基尔霍夫定律，提出了计算交流电路的相量法。

(4) 阻抗概念的提出使得可以综合考虑交流线路中电阻、电感与电容三个参数的作用；使用复数表示阻抗可以按照直流电路的规则来处理交流电路；使用复数表示正弦电压和正弦电流可将正弦交

流电路的计算简化为复数运算。

参考文献

- [1] Heaviside O. Electrical papers(vol.2)[M]. London: Macmillan, 1892.
- [2] Kennelly A E. Impedance[J]. Transactions of the AIEE, 1893, 10: 175-232.
- [3] Steinmetz C P. Complex quantities and their use in electrical engineering[C]. Proceedings of the International Electrical Congress, Chicago: 1893. New York: American Institute of Electrical Engineers, 1894: 33-74.
- [4] Wikipedia. Oliver Heaviside[EB/OL].[2010-06-11]. <http://en.wikipedia.org/wiki/Heaviside>.
- [5] 中国大百科全书总编委会，物理学编委会. 中国大百科全书·物理学[M]. 北京：中国大百科全书出版社，1987.
- [6] Baber R L. Comparison of electrical “engineering” of Heaviside’s times and software “engineering” of our times[J]. IEEE Annals of the History of Computing, 1997, 19(4): 5-17.
- [7] 祖贝 R. 英德法俄汉物理学词典：A-M[M]. 物理学词典翻译组，译. 北京：原子能出版社，1980.
- [8] Kline R R. Steinmetz: engineer and socialist[M]. Baltimore, London: The Johns Hopkins University Press, C 1992.
- [9] Heaviside O. Electrical papers(vol.1)[M]. London: Macmillan, 1892.
- [10] Heaviside O. On resistance and conductance operators, and their derivatives, inductance and permittance, especially in connexion with electric and magnetic energy[J]. Philosophical Magazine, 1887, 24(151): 479-502.
- [11] Nahin P J. Oliver Heaviside: the life, work, and times of an electrical genius of the Victorian age[M]. Baltimore, MD: The Johns Hopkins University Press, 2002.
- [12] IEEE Global History Network. Arthur E. Kennelly [EB/OL].[2010-06-20]. http://ieeeghn.org/wiki/index.php/Arthur_E._Kennelly.
- [13] Brittain J E. Electrical engineering hall of fame: Arthur E. Kennelly[J]. Proceedings of the IEEE, 2006, 94(9): 1772-1775.
- [14] Gillispie C C. Dictionary of scientific biography(vol.7)

- [M]. New York: Scribner, 1981.
- [15] Arthur E. Kennelly[J]. Proceedings of the Institute of Radio Engineers, 1930, 18(10): 1614.
- [16] Fleming J A. The alternate current transformer in theory and practice(vol.1)[M]. 3rd ed. London: The Electrician Printing and Publishing Company, Limited, 1900.
- [17] Arthur Edwin Kennelly[EB/OL].[2010-12-01]. http://www.quotesinscience.com/K/Kennelly_Arthur/Kennelly_Arthur.htm.
- [18] Wikipedia. Arthur E. Kennelly[EB/OL].[2010-06-02]. http://en.wikipedia.org/wiki/Arthur_Edwin_Kennelly.
- [19] Wikipedia. Charles Proteus Steinmetz[EB/OL].[2010-06-21]. http://en.wikipedia.org/wiki/Charles_Proteus_Steinmetz.
- [20] Anon. The magnetic force of Charles Proteus Steinmetz[J]. IEEE Power Engineering Review, 1996, 16(9): 7-12.
- [21] 不列颠百科全书: 国际中文版[M]. 中国大百科全书出版社, 不列颠百科全书编辑部编译. 北京: 中国大百科全书出版社, 2007.
- [22] Philatelic Database. Stamps of the U.S.: 1983 “inventors” issue[EB/OL].[2010-12-16]. <http://www.philatelicdatabase.com/united-states/us-1983-inventors-stamp-issue/>.
- [23] Whitman Publishing. Stamp of honoring the contributions of Steinmetz issued by U.S.[EB/OL]. [2011-01-13]. <http://www.whitmanbooks.com/Default.aspx?Page=81&ProductID=2055M>.
- [24] 高橋雄造. 百万人の電気技術史[M]. 東京: 工業調査会, 2006.
- [25] Bedell F, Crehore A C. Derivation and discussion of the general solution for the current flowing in a circuit containing resistance, self-induction and capacity, with any impressed electromotive force[J]. Transactions of the AIEE, 1892, 9(1): 303-374.
- [26] Coleman M. Pioneers of freedom[M]. New York: The Vanguard Press, 1929.
- [27] Kline R R, Charles P. Steinmetz and the development of electrical engineering science[D]. Madison, WI: University of Wisconsin-Madison, 1983.

作者简介

张亮亮 女, 1978 年生, 博士研究生, 讲师, 研究方向为中国电气史。

雷银照 男, 1956 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为电磁场理论及其应用、中国电气史。