



陆士嘉实验室
LU SHI JIA LABORATORY

..... 国家级精品课

空气动力学基础

(Fundamentals of Aerodynamics)

北京航空航天大学陆士嘉实验室



第29讲



超声速翼型绕流与线化理论



1

超声速翼型
绕流特点和
流动图画



2

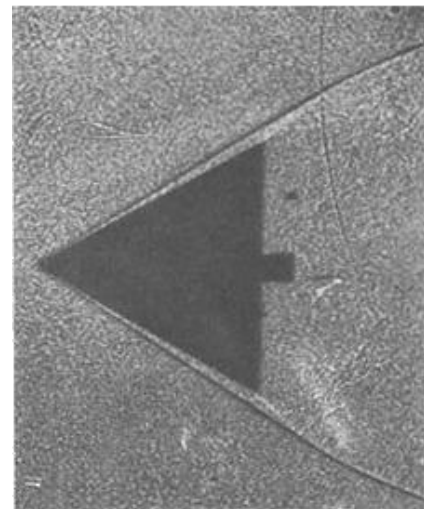
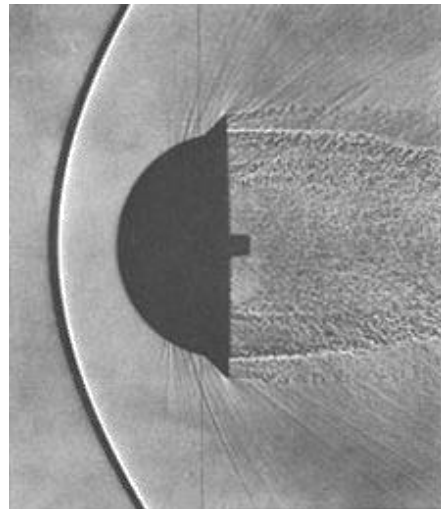
薄翼型
超声速绕流
线化理论



超声速薄翼型的绕流特点和流动图画

- 在超声速流动中，因绕流物体造成的激波而产生阻力，称为激波阻力。
- 实验发现，激波阻力大小与物体头部钝度存在密切的关系：

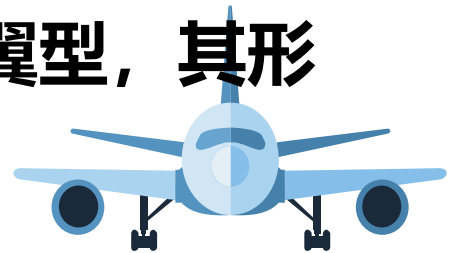
- 由钝物体的绕流将产生离体激波，激波阻力大；
- 而尖头体的绕流将产生附体激波，激波阻力小。





超声速薄翼型的绕流特点和流动图画

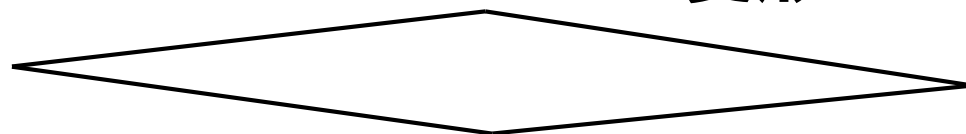
因此，对于超声速翼型，前缘最好作成尖的，如菱形、四边形、双弧形等。但是，对于超声速飞机，总是要经历起飞和着陆的低速阶段，尖头翼型在低速绕流时，较小迎角下气流就要发生分离，使翼型的气动性能变坏。为此，为了兼顾超声速飞机的低速特性，目前低超声速飞机的翼型，其形状都采用小圆头的对称薄翼。





超声速薄翼型的绕流特点和流动图画

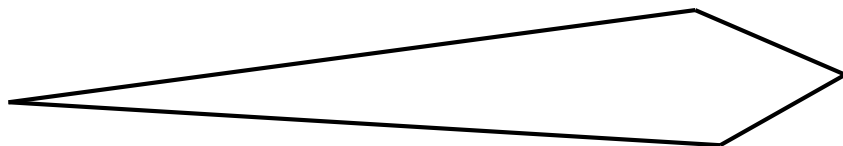
菱形



双弧形



四边形



小圆头薄翼

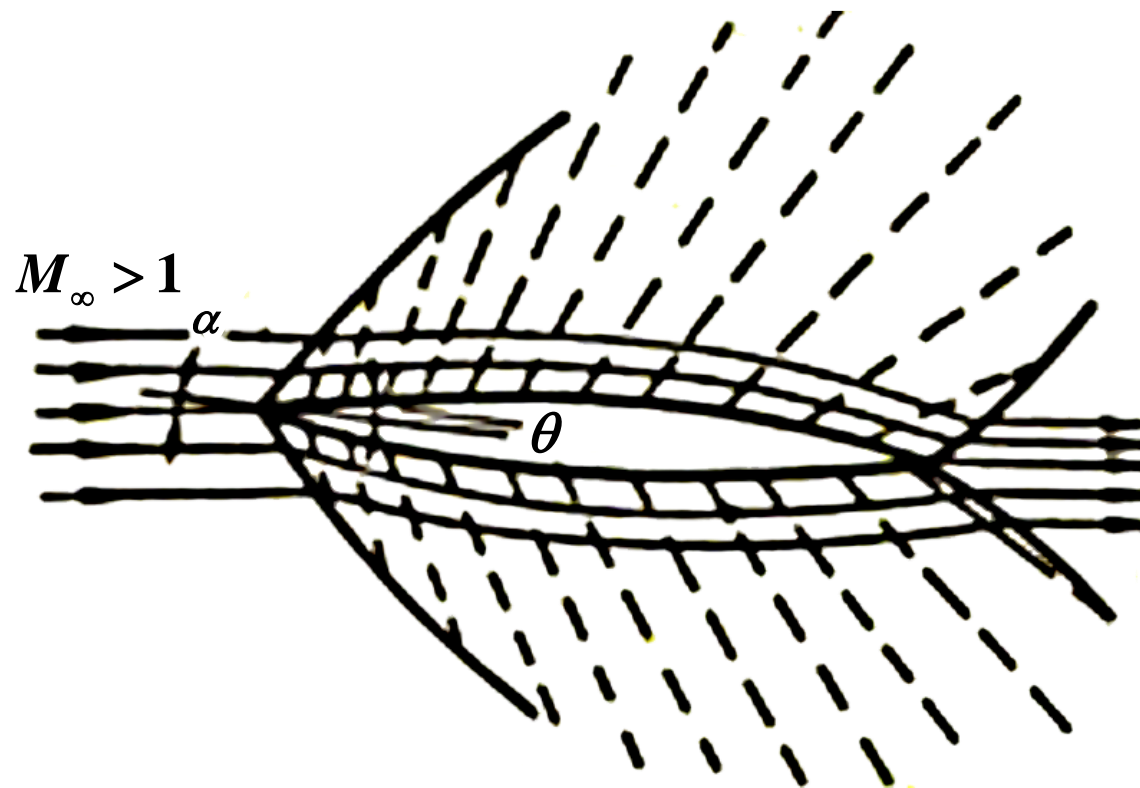




超声速薄翼型的绕流特点和流动图画



如图是超声速以小迎角绕双弧翼型的流动当 $\alpha < \theta$, 前缘上下均受压缩, 形成强度不同的斜激波。

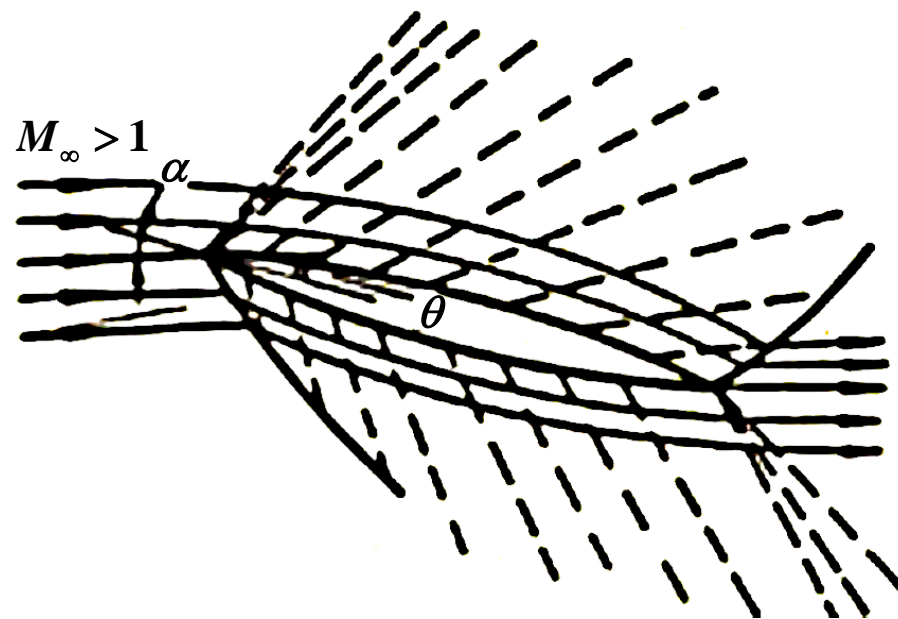


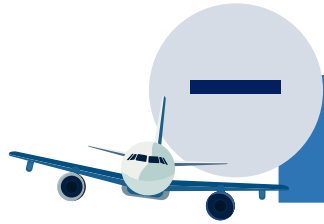


超声速薄翼型的绕流特点和流动图画



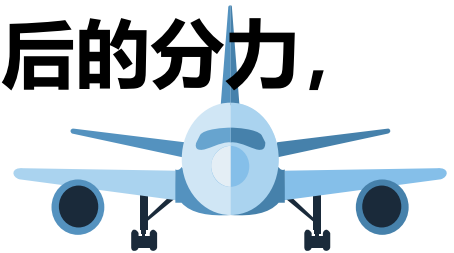
⚙️ 当 $\alpha > \theta$ ，上面形成膨胀波，下面形成斜激波。经一系列膨胀波后，由于在后缘处流动方向和压强不一致，从而形成两道斜激波，或一道斜激波一族膨胀波。以使后缘汇合后的气流具有相同的指向和相等的压强。（近似认为与来流相同）





超声速薄翼型的绕流特点和流动图画

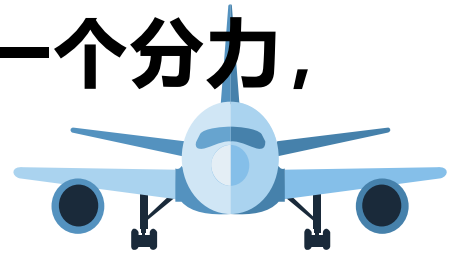
受激波和膨胀波的影响，翼型压强在激波后变大，在膨胀波后变小。激波阻力和升力与翼面上的压强分布有关。翼面的压强在激波后最大，以后沿翼面经一系列膨胀波而顺流逐渐减小。由于翼面前半段的压强大于后半段压强，因而翼面上压强的合力在来流方向将有一个向后的分力，即为波阻力。





超声速薄翼型的绕流特点和流动图画

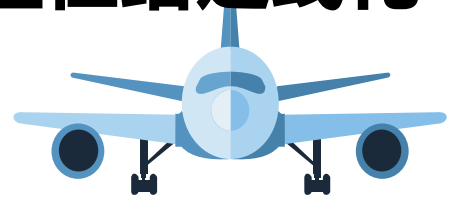
当翼型处于小的正迎角时，由于上翼面前缘的切线相对于来流所组成的凹角，较下翼面的为小，故上翼面的激波较下翼面的弱，其波后马赫数较下翼面的大，波后压强较下翼面的低，所以上翼面的压强低于下翼面的压强，压强合力在与来流相垂直的方向上有一个分力，即升力。





薄翼型超声速绕流线化理论

为减小波阻，超声速翼型厚度都比较薄，弯度很小甚至为零且飞行时迎角也很小。因此产生的激波强度也较弱，作为一级近似可忽略通过激波气流熵的增加，在无粘假设下可认为流场等熵有位，从而可用前述线化位流方程在给定线化边条下求解。





薄翼型超声速绕流线化理论



⚙️ 超声速二维流动的小扰动速度位所满足的线化位流方程为：

$$B^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0, \quad \text{其中: } B = \sqrt{M^2 - 1}$$

为二阶线性双曲型偏微分方程， x 沿来流， y 与之垂直。

上述方程可用数理方程中的特征线法或行波法求解。



薄翼型超声速绕流线化理论

为解出通解，引入变量： $\xi = x - By$ ， $\eta = x + By$

从而有：
$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} + \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2}$$

同理可得
$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = B^2 \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} - 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} \right)$$

代入线化方程可得：
$$\frac{\partial^2 \varphi(\xi, \eta)}{\partial \xi \partial \eta} = 0$$



薄翼型超声速绕流线化理论

上式对 ξ 积分得：
$$\frac{\partial \varphi(\xi, \eta)}{\partial \eta} = f^*(\eta)$$

f^* 是自变量 η 的某一函数，将上式进一步积分得：

$$\varphi(\xi, \eta) = \int f^*(\eta) d\eta + f_1(\xi) = f_1(\xi) + f_2(\eta)$$

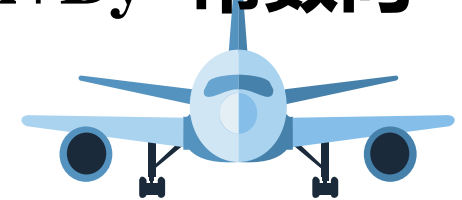
其中： $f_1(\xi)$ 是 ξ 的某函数， $f_2(\eta) = \int f^*(\eta) d\eta$ 是 η 的某函数，且二者无关。

将原变量带回得线化方程的通解：
$$\varphi(\xi, \eta) = f_1(x - By) + f_2(x + By)$$



薄翼型超声速绕流线化理论

由于 $x-By=常数$, $x+By=常数$ 分别代表倾角为 $\arctg 1/B$ 和 $\arctg (-1/B)$ 的两族直线即马赫线。对翼型上半平面流场, $f_1(x-By)$ 代表沿马赫线 $x-By=常数$ 向下游传播到 (x,y) 点产生的扰动速度位。 $f_2(x+By)$ 代表沿马赫线 $x+By=常数$ 向上游传播到 (x,y) 点产生的扰动速度位。





薄翼型超声速绕流线化理论

⚙️ 由于扰动不能逆传，因此 $f_2(x + By) = 0$

⚙️ 故上半平面流场小扰动速度位是： $\varphi = f_1(\xi) = f_1(x - By)$

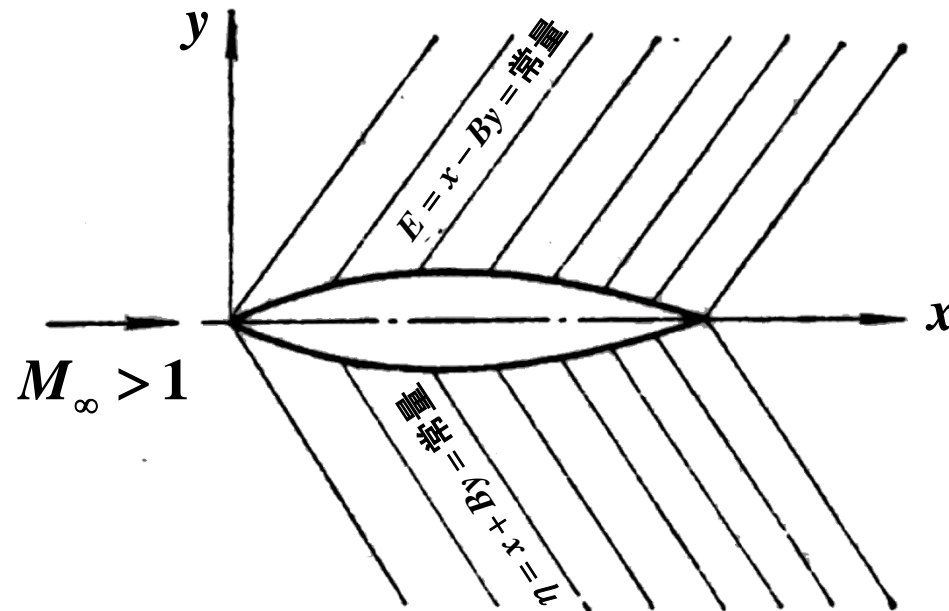


图 2-2-2



薄翼型超声速绕流线化理论



沿 x 和 y 轴向的小扰动速度分量分别为：

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{df_1}{d\xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} = f_1'(x - By) \quad v = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{df_1}{d\xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} = -Bf_1'(x - By)$$

可见扰动速度 u 、 v 沿马赫线 $x - By = \text{常数}$ 均是常数，说明在线化理论中翼型上的波系无论是前后缘激波还是膨胀波都是不会衰变的，如上图所示。



函数 $f_1(x - By)$ 可由翼型绕流的边界条件确定。



薄翼型超声速绕流线化理论



如对于二维波纹壁面的超声速绕流，设波纹壁面的曲线为

$$y_s = d \sin \frac{2\pi x}{l}$$

其中， l 为波长， d 为波幅， $d/l \ll 1$ 。



由壁面边界条件可知， $y=0$ ，有

$$v_{y=0} = V_\infty \frac{dy_s}{dx} \quad v_{y=0} = \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{df_1}{d\xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} = -Bf_1'(x)$$

$$-Bf_1'(x) = V_\infty \frac{2\pi d}{l} \cos \frac{2\pi x}{l} \quad \varphi(x, y) = f_1(x - By) = -\frac{V_\infty d}{B} \sin \frac{2\pi(x - By)}{l}$$



薄翼型超声速绕流线化理论



在流场任意点处，扰动速度为

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{df_1}{d\xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} = f_1'(x - By) = -\frac{V_\infty d}{B} \frac{2\pi}{l} \cos \frac{2\pi(x - By)}{l}$$

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{df_1}{d\xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} = -Bf_1'(x - By) = V_\infty \frac{2\pi d}{l} \cos \frac{2\pi(x - By)}{l}$$

▶ 压强系数为

$$C_p = \frac{4\pi d}{B} \frac{1}{l} \cos \frac{2\pi(x - By)}{l}$$

▶ 流线方程为

$$\frac{dy}{v} = \frac{dx}{V_\infty + u} \approx \frac{dx}{V_\infty} \quad \frac{dy}{dx} = \frac{v}{V_\infty}$$

$$y = d \sin \frac{2\pi(x - Bh)}{l}$$



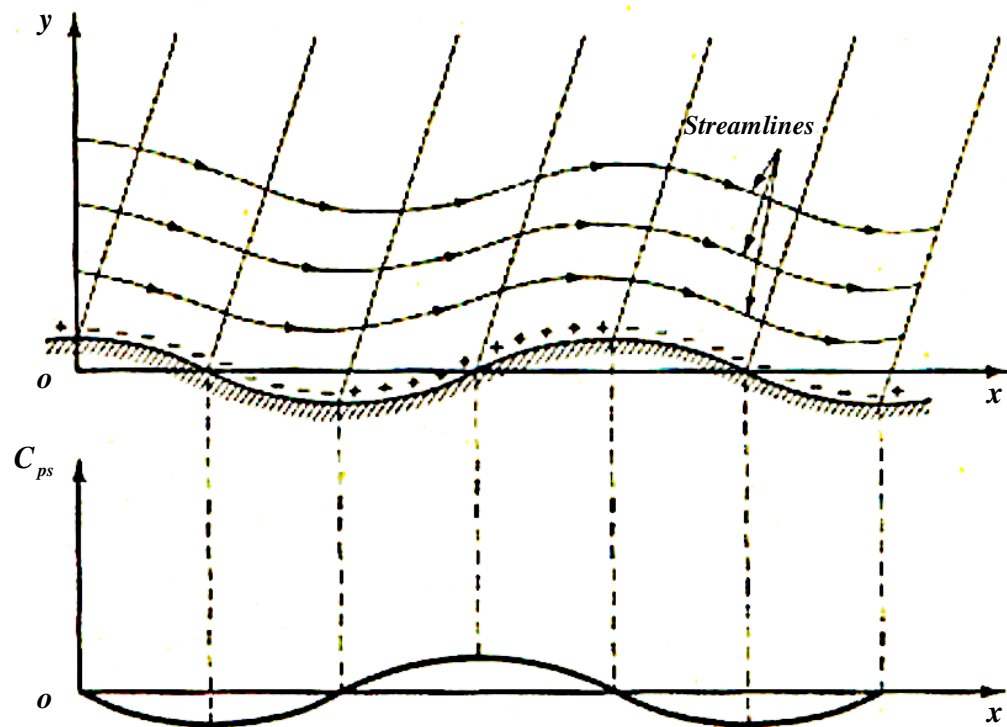
薄翼型超声速绕流线化理论

- ⚙️ 在线化理论假设下，对于超声速气流绕过波纹壁面的扰动速度和流线的幅值均不随离开壁面的距离而减小。
- 💡 ⚙️ 在壁面处的压强分布为，超声速绕流压强系数与波纹壁面相位差 $\pi/2$ ，亚声速差 π 。

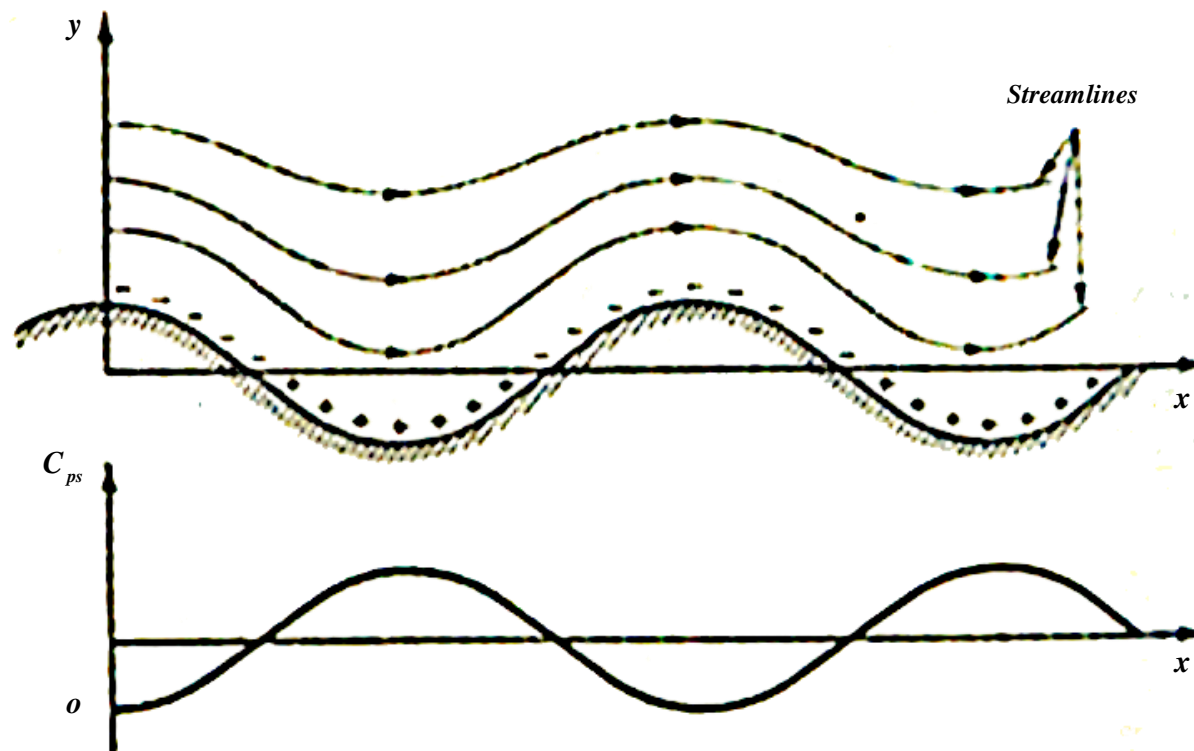
$$C_{ps} = \frac{4\pi}{B} \frac{d}{l} \cos \frac{2\pi x}{l}$$



薄翼型超声速绕流线化理论



超声速



亚声速



薄翼型超声速绕流线化理论

💡 ⚙️ 设翼型上表面的斜率为 $\frac{dy_u}{dx}$ ，根据翼型绕流的线化边界条件为：

$$v|_{y=0_+} = V_\infty \frac{dy_u}{dx}$$

💡 ⚙️ 代入y向速度分布得： $f_1'(x) = -\frac{V_\infty}{B} \frac{dy_u}{dx} = u|_{y=0_+}$

💡 ⚙️ 将上式代入线化压强系数公式可得： $C_{p_u}(x, 0_+) = -2\left(\frac{u}{V_\infty}\right)_{y=0_+} = \frac{2}{B} \frac{dy_u}{dx}$



薄翼型超声速绕流线化理论

💡 ⚙️ 对下半平面的流动，同理可得扰动速度位为： $\varphi = f_2(\eta) = f_2(x + By)$

而在下半平面由于扰动不能向上有传播，故 $f_1(x - By) = 0$

💡 ⚙️ 同理可推得下半平面的压强系数为： $C_{p_l}(x, 0_-) = -\frac{2}{B} \frac{dy_l}{dx}$

0_+ 和 0_- 是 $y=0$ 平面的上下表面，分别近似代表翼型的上下表面。



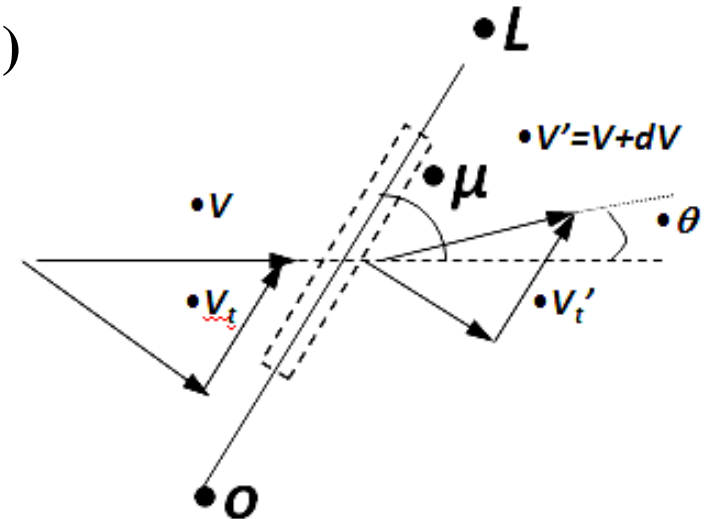
薄翼型超声速绕流线化理论

- 上述结果也可利用弱斜激波或马赫波“前后切向速度不变”得到的速度与转折角关系以及近似等熵条件来推导：

$$V_t' = V_t \quad V \cos \mu = (V + dV) \cos(\mu - \theta)$$

- 将上式展开，设 θ 不大，取一级小量近似：

$$\frac{dV}{V} = -\frac{\theta}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}}$$



Ma是来流马赫数， θ 代表壁面的小压缩角，当 θ 为膨胀角时上式取+号即可。



薄翼型超声速绕流线化理论

- 💡 ⚙️ 折角不大时波前后近似等熵，因而波前后的速度与压强关系满足（欧拉方程加声速公式）：

$$\frac{dp}{p} = -\gamma Ma_{\infty}^2 \frac{dV}{V}$$

- 💡 ⚙️ 将速度与折角关系代入得： $\frac{dp}{p} = \frac{\gamma Ma_{\infty}^2}{\sqrt{Ma_{\infty}^2 - 1}} \theta$

▶️ 所以：

$$C_p = \frac{(p + dp) - p}{\frac{1}{2} \rho V^2} = \frac{2dp}{\gamma Ma_{\infty}^2 p} = -2 \frac{dV}{V} = \frac{2\theta}{\sqrt{Ma^2 - 1}}$$

其中 Ma 是来流马赫数，当 θ 为压缩角时 C_p 为正，当 θ 为膨胀角时 C_p 为负。



薄翼型超声速绕流线化理论

- 💡 ⚙️ 这就是壁面压强系数的一级近似公式，将来流马赫数记为 Ma_∞ 时：

$$C_{p\text{壁}} = \frac{2\theta}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}} = \frac{2\theta}{B}$$

- 💡 ⚙️ 可证壁面压强系数的二级近似公式为：

$$C_{p\text{壁}} = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho_\infty V_\infty^2} = \frac{2\theta}{\sqrt{Ma_\infty^2 - 1}} + \frac{(\gamma + 1)Ma_\infty^4 - 4(Ma_\infty^2 - 1)}{2(Ma_\infty^2 - 1)^2} \theta^2 + \dots$$

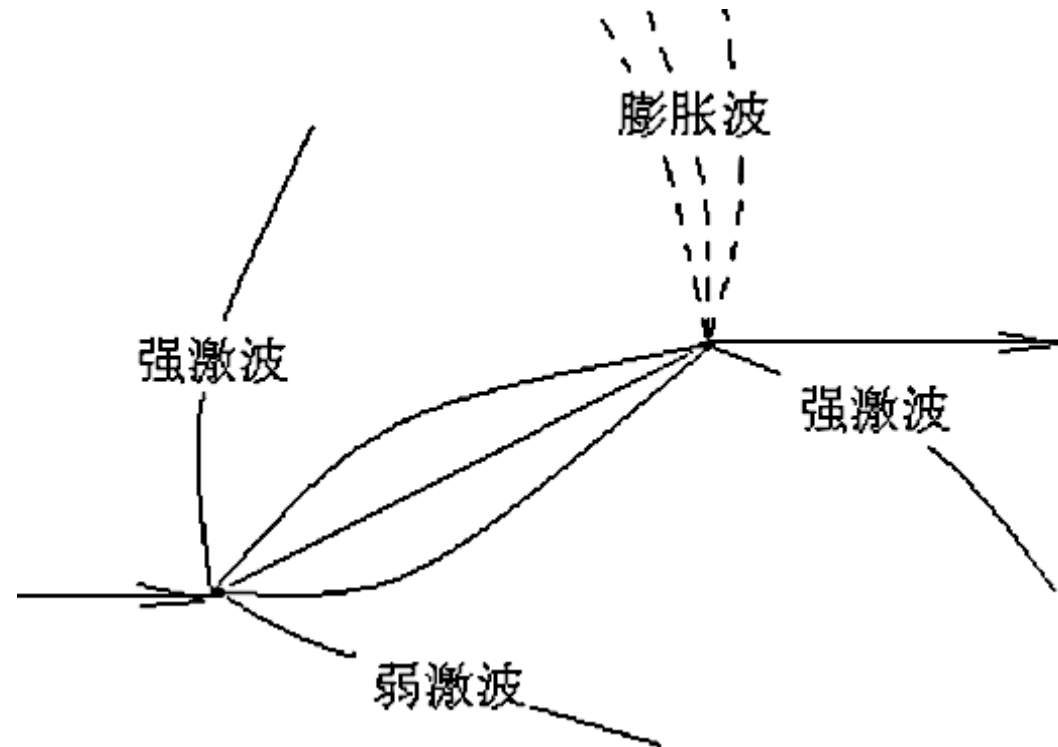
在折角 θ 不大的情况下，可将 θ 看成是翼型上某点切线与沿 x 轴来流的夹角 (rad) 的正切或斜率 dy/dx 。



薄翼型超声速绕流线化理论



⚙️ 线化理论压强系数计算公式与实验的比较例子见下图，选用的厚翼型和 -10° 迎角是偏离小扰动假设的比较极端的情况（双弧翼前缘半角 $11^\circ 20'$ ）。

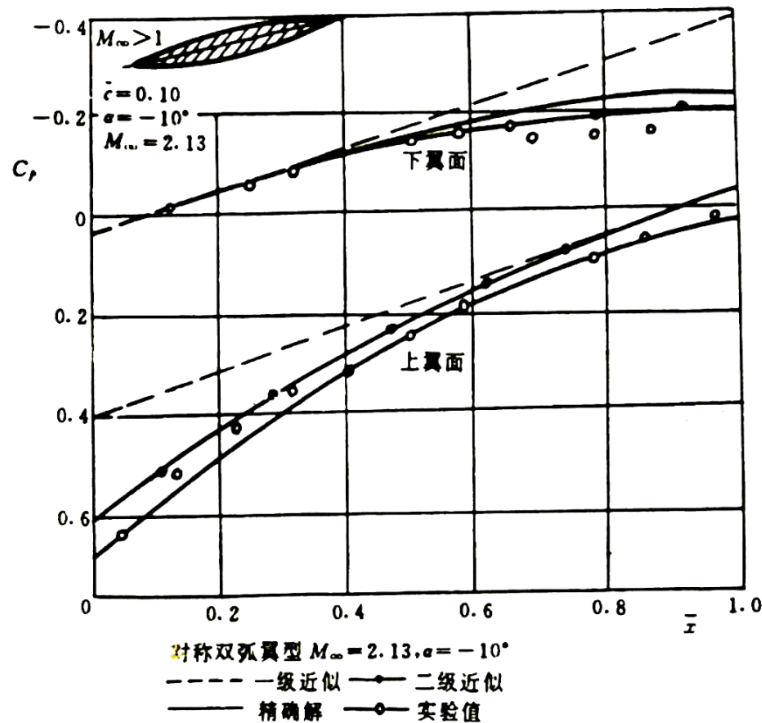




薄翼型超声速绕流线化理论



受头部强激波的影响上翼面前半段一级近似理论“压缩不足”，二级近似理论符合良好。受尾部激波的影响下翼面后半段一级近似理论“膨胀有余”，二级近似理论符合良好



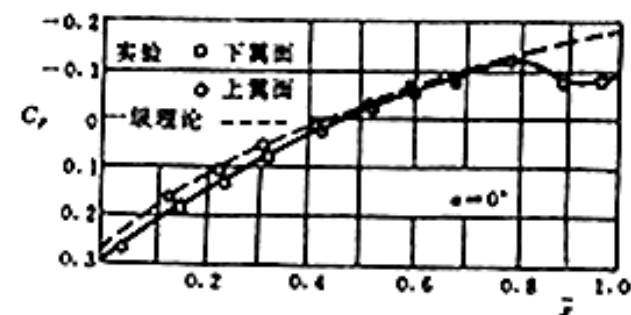
图示绕流下对称弧翼型
上、下翼面压强分布



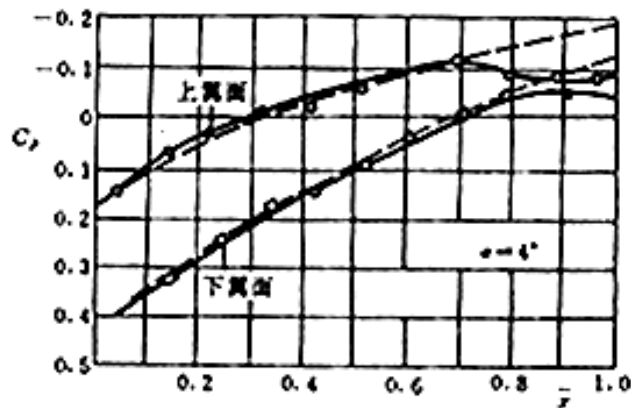
薄翼型超声速绕流线化理论



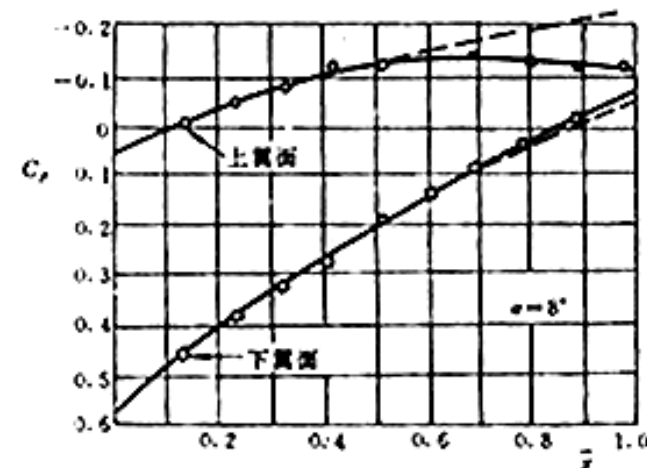
下图所示为不同迎角下10%对称双圆弧翼型在 $Ma=2.13$ 下的翼面压强分布。



(a)



(b)



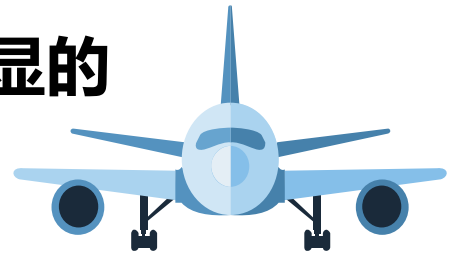
(c)

不同迎角下10%对称双圆弧翼型
在 $Ma=2.13$ 的压强分布



薄翼型超声速绕流线化理论

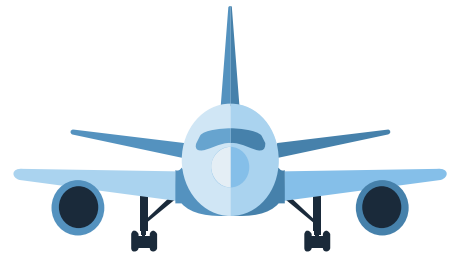
下翼面后半段实际压强系数的提高一方面是由于存在边界层，尾激波后高压会通过边界层的亚声速区向上游传播从而提高了压强；另一方面由于尾激波与边界层干扰使边界层增厚甚至分离，使实际膨胀角减小，形成 λ 形激波从而使压强增大、压强系数增大，线化理论或一级近似理论没有考虑上述情况因此显的“膨胀有余”。





薄翼型超声速绕流线化理论

上翼面前半段的压缩不足主要是因为此处的实际压缩角较大，是较强的激波，一级近似用马赫波代替激波，因此表现为“压缩不足”。





薄翼型超声速绕流线化理论



⚙️ NACA0012翼型上的 λ 形激波 (Lambda shocks) 和边界层
——激波干扰。

